

11. Lineární rovnice a nerovnice se 2 neznámými

LINEÁRNÍ ROVNICE (NEROVNICE) SE 2 NEZNÁMÝMI x, y
 maximální rovnice (nerovnice) typů

$$ax + by = c \quad ax + by \geq c \quad ax + by \leq c$$

(i kce a mace, které lze universalizovat pomocí univerzálního kvantifikátoru na symbolu $\forall$)

- ŘEŠENÍM: uspořádání dvojic $[x, y]$

USPOŘÁDANÁ DVOJICE PRVKŮ - dvojice prvků, v nichž každý má pořadí

- prv. $[x, y]$, mhdly (x, y)

- platí: je-li $x \neq y$, pak $[x, y] \neq [y, x]$

např. $[2, 3] \neq [3, 2]$ datum $3.2 \neq 2.3$ příklad uložení $2:0 \neq 0:2$

KARTÉZSKÝ SOUČIN MNOŽIN A, B - prv. $A \times B$

- množina všech uspořádaných dvojic, kde první prvek je z množ. A a druhý prvek z množ. B

$$A \times B = \{[x, y]; x \in A \wedge y \in B\}$$

např. $A = \{-2, 1, 4\}$ $B = \{-1, 3\} \Rightarrow A \times B = \{[-2, -1], [-2, 3], [1, -1], [1, 3], [4, -1], [4, 3]\}$

- JE-LI $A \neq B \Rightarrow A \times B \neq B \times A$

$$A = B \Rightarrow A \times A = A^2$$

např. $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{[x, y]; x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R}\}$

Příklady

1) Řešit v $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ počítaně i graficky

a) $2x + y = 5$ $\begin{bmatrix} D_x = D_y = \mathbb{R} \\ D_x = D_y = \mathbb{R} \end{bmatrix}$

- POČÍTELNĚ

1. prv. - vyj. y v závislosti na x

$$y = 5 - 2x$$

$$\mathcal{K} = \{[x, y]; x \in \mathbb{R} \wedge y = 5 - 2x\}$$

množ. řešení

$$\mathcal{K} = \{[x, 5 - 2x]; x \in \mathbb{R}\}$$

2. prv. - vyj. x v závislosti na y

$$2x = 5 - y$$

$$x = \frac{5 - y}{2}$$

$$\mathcal{K} = \{[x, y]; y \in \mathbb{R} \wedge x = \frac{5 - y}{2}\}$$

$$\mathcal{K} = \{[\frac{5 - y}{2}, y]; y \in \mathbb{R}\}$$

- Řešením je nekonečně mnoho uspoř. dvojic, např.

prv. $x = 1 \Rightarrow y = 5 - 2 \cdot 1 = 3$ $[1, 3]$

$x = -3 \Rightarrow y = 5 - 2 \cdot (-3) = 11$ $[-3, 11]$

prv. $y = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ $[\frac{5}{2}, 0]$

$y = 1 \Rightarrow x = \frac{5 - 1}{2} = 2$ $[2, 1]$

- GRAFICKY

$$2x + y = 5$$

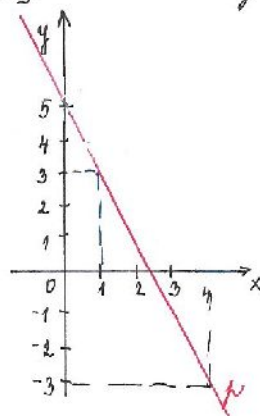
$$y = 5 - 2x \dots \text{LINEÁRNÍ FCE}$$

(grafem přímky nebo její části - podle D)

- pro sest. přímky potřeb. 2 body

x	0	4
y	5	-3

(prv. $0: y = 5 - 0 = 5$
 $4: y = 5 - 2 \cdot 4 = -3$)



- ŘEŠENÍM VŠECHNY BODY LEŽÍCÍ NA PŘÍMCE $\mathcal{K}$ o souř. $[x, y]$

- např. $x = 1 \Rightarrow y = 3$ $[1, 3]$
 $x = 2.5 = \frac{5}{2} \Rightarrow y = 0$ $[\frac{5}{2}, 0]$

② Řeš v $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ (početně i graficky)

a) $x - y \leq 3$

$y \leq 3 - x$ 1. (-1)

$y \geq x - 3$

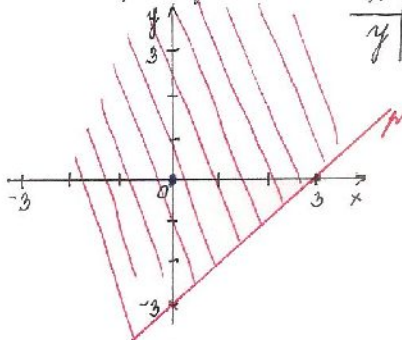
$\mathcal{K} = \{[x, y]; x \in \mathbb{R} \wedge y \geq x - 3\}$

- GRAFICKY:

1. učiťme si hraniční přímku p

$p: y = x - 3$

x	0	3
y	-3	0



- kšurným jsou lib. body ležící v jedné z polovin učiťme hraniční př. p
- s kterou polovinou se jedná, zjistíme volbou lib. bodu z jedné poloviny (mimo body hran. přímky)
a dosazením jeho souř. do nerov.
- pokud neplatí, je to opačná polovina

2. kšurným jsou body ležící v jedné z polovin učiťme hraniční př. p
- s kterou polovinou se jedná, zjistíme volbou lib. bodu z jedné poloviny (mimo body hran. přímky)
a dosazením jeho souř. do nerov.
- pokud neplatí, je to opačná polovina

uv. $[0, 0] \Rightarrow 0 \geq 0 - 3$
 $0 \geq -3$ platí. $\Rightarrow$ bod $[0, 0]$ patří do hledané polov.

b) $x + y > 2$

$y > 2 - x$

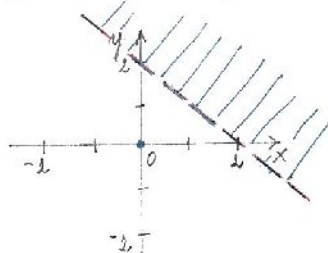
$\mathcal{K} = \{[x, y]; x \in \mathbb{R} \wedge y > 2 - x\}$

- GRAFICKY:

1. hran. přímka

$y = 2 - x$

x	0	2
y	2	0



2. uv. $[0, 0] \Rightarrow 0 > 2 - 0$
 $0 > 2$ neplatí.

$\Rightarrow$ jde o opačnou polov.
mimo bod $[0, 0]$

HRANIČNÍ PŘÍMKA NEPÁČÍ DO ŘEŠENÍ
- není porovnávaná rovnost

③ Řeš v $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

a) $0x + y \geq -2$

$y \geq -2$

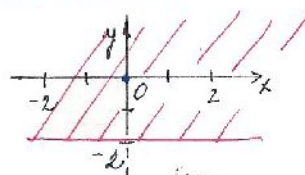
$\mathcal{K} = \{[x, y]; x \in \mathbb{R} \wedge y \geq -2\}$

- GRAFICKY:

1. hran. př. $y = -2$

2. uv. $[0, 0] \Rightarrow 0 \geq -2$ platí.

$\Rightarrow$ opač. polov. a hran. př.



b) $4x + 0y > 8$

$4x > 8$

$x > 2$

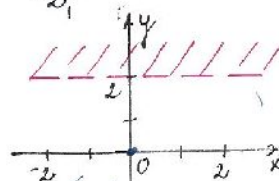
$\mathcal{K} = \{[x, y]; x > 2 \wedge y \in \mathbb{R}\}$

- GRAFICKY

1. hran. př. $x = 2$ NEPÁČÍ

2. uv. $[0, 0] \Rightarrow 0 > 2$ neplatí.

$\Rightarrow$ opač. polov. a hran. př.



④ Řeš v $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$

$x + y > 0$

$y > -x$

$\mathcal{K} = \{[x, y]; x \in \mathbb{N} \wedge y > -x\}$

- GRAFICKY:

1. hran. př. $y = -x$ NEPÁČÍ

x	0	3
y	0	-3

2. uv. $[1, 1]: 1 > -1$ platí.

(bod $[0, 0]$ mimo řešení hran. př.)

3. ŘEŠÍME ALE V $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$

$\Rightarrow x, y$ musí být přív. č. $\Rightarrow$ kšurným jsou IZOLOVANÉ BODY.

